課程名稱：高等微積分

開課年級：二年級　　　　學分數：8

課程內容：

一、實數系

(1) 有序體、良序性、**Archimedean**性質與完備性。
(2) 有限、無限集與可數、不可數集。
(3) 實數列的極限與單調收斂性質。
(4) Cauchy 數列。
(5) 聚點、上極限與下極限。

二、距離空間的基本拓樸性質

(1) 空間、距離空間、賦範空間與內積空間。
(2) 開集、閉集與集合的聚點、內點、閉包、邊界。
(3) 點列的收斂性與距離空間的完備性。
(4) 收斂級數的定義、正項級數、交錯級數、絕對收斂與斂散性檢驗的證明。

(5) 連通集與路徑連通集。
(6) 緊緻集、**Bolzano-Weierstrass**定理、**Heine-Borel** 定理與**Cantor**交集定理。

三、連續函數

(1) 連續函數的定義與基本性質。
(2) 連通性與緊緻性之保持定理。
(3) 中間值定理、極值定理及其應用。
(4) 均勻連續函數的定義與基本性質。

四、單變數函數的微分與積分

(1) 導數的定義與微分公式。
(2) 均值定理與反函數定理。
(3) Riemann積分與瑕積分的意義及其基本性質。
(4) Riemann和、連續函數的可積分性、微積分基本定理與積分的均值定理。

(5) 有界變分函數、凸函數與**Lebesgue**可積分判別定理。

五、函數序列

(1) 函數序列的逐點收斂與均勻收斂。
(2) 函數項級數的均勻收斂與檢驗法，例如：**Weierstrass** M**-Test**、**Dirichlet Test** 與**Abel Test**。
(3) 均勻收斂與連續性、微分、積分的關係。
(4) 連續函數序列的極限函數的性質。
(5) Arzela-Ascoli定理、縮距函數定理、**Stone-Weierstrass**定理。
(6) Cesaro and Abel Summability。

六、$\mathbb{R}^n$上的微分

(1) 導數的定義、偏導數、方向導數、梯度、微分與**Jacobian** 矩陣。
(2) 連鎖律與乘積公式。
(3) $\mathbb{R}^n$上的均值定理及其應用。
(4) Taylor定理、極值的求法。
(5) 反函數定理、隱函數定理與**Lagrange's**乘子法。