# 課程實踐觀點下的國小數學教材教法

鄭英豪

臺北市立大學數學系

2026/10/17





- **國民小學數學教材教法課的修習學生變化**
  - 大學部素人→一定比例的在職老師(1/4~1/2)
    - 碩博班研究生取得小教師資生資格
    - 為了成為正職老師、為了補平代理老師的薪資差異
      - 不乏已在同年級(段)教3年以上者(已是學校的骨幹老師)
  - 在職師資生帶來的助益與限制(跨學制/系異質分組)
    - 助益：帶入教學現場的具體資訊
      - 已有小學生學數學的經驗與認識、已熟悉及使用教科書與教學工具(電子書、教具或附件)、已有教學劇本與演技
    - 限制：侷限經驗的想法與做法
      - 偏版的教科書知識、年級(段)限制的教學關注、保守的教學方法(佈題(問答)+…+轉述正答，忽略亂飛和慢飛的小孩)



- **教材教法課本來就有的**
  - 認識教科書資源
    - 學生課本、附件、習作，教師課本、習作、教師手冊
  - 單元教學設計
    - 解讀教材
      - 單題解析、活動逐題序列
      - 數學內容、情境、表徵、學習驅動
      - 奠基與探究(取自師大數教中心影片)
    - 學習任務
      - 選定單元的逐節教案設計
      - 教學設計的報告/試教
        - » 師培師與同儕的評析與建議(分教學內容與表達兩面向)



# 當素人與侷限職人在一起學教學

- 如何破除侷限職人的侷限所造成的學習侷限？
  - 偏版的教科書知識→
    - 三版本並呈比較
  - 年級(段)限制的教學關注→
    - 後年級知識/思考的路徑回溯
  - 保守的教學方法(忽略亂飛和慢飛的小孩)→
    - 看見厲害的教學現場樣貌
    - 看見全班孩子都參與的學習樣貌

（十五）教師可運用數學奠基與探索活動，鼓勵學生利用數學解決生活中的實際問題。數學教師可協同其他領域/科目教師，發展出各領域使用數學的實例，幫助學生建立其他領域/科目所需的數學素養。



- 當素人與侷限職人在一起學教學
  - 如何破除侷限職人的侷限所造成的學習侷限？
    - 偏版的教科書知識→
      - 三版本並呈比較
    - 年級(段)限制的教學關注→
      - 後年級知識/思考的路徑回溯
    - 保守的教學方法(忽略亂飛和慢飛的小孩)→
      - 看見厲害的教學現場樣貌
      - 看見全班孩子都參與的學習樣貌

# 「平分」是什麼意思？











# 平分這個詞

- **平分在課綱中只出現在N-2-9，但教科書在N-2-10的單元中也會使用**
  - N-2-9. 解題：分裝與平分。以操作活動為主。除法前置經驗。理解分裝與平分之意義與方法。引導學生在解題過程，發現問題和乘法模式的關連。
  - N-2-10. 單位分數的認識：從等分配的活動（如摺紙）認識單部分為全部的「幾分之一」。知道日常語言「的一半」、「的二分之一」、「的四分之一」的溝通意義。在已等分割之格圖中，能說明一格為全部的「幾分之一」。



# 三版本，二下

**8** 108 分東西
- 8-1 分裝
- 8-2 平分

**9** 122 單位分數 桌遊
- 9-1 一樣大
- 9-2 幾分之一
- 9-3 幾分之一的大小比較

---

**9** 121 分裝與平分
- 9-1 分裝
- 9-2 平分

**10** 133 認識分數
- 10-1 等分
- 10-2 二分之一和四分之一
- 10-3 幾分之一

---

**9** 124 分分看
- 1 分裝活動
- 2 認識平分
- 3 平分活動

**10** 136 分數
- 1 平分
- 2 幾分之一
- 3 比大小

# 分裝與平分的「平分」是什麼意思？











# 8-2 平分



把 12 個甜點分給 3 個學生。

1. 說說看，每個人分到的甜點一樣多嗎？
2. 怎麼分才公平？



每個人分到一樣多才公平。





全部分完且每個人分到的一樣多，叫作平分。

分完
均分

本節配合習作第 79－82 頁

# 9-2 平分

**1** 把 6 張 色紙 分給 3 個 人，可以怎麼分？









把全部的色紙分給大家，全部分完，而且每個人分到一樣多，叫作**平分**。

分完
均分

## 活動 2 認識平分

**1** 有 15 個果凍，全部分給 3 個人。

看圖說說看，發生了什麼事？




那要怎麼分，才會公平呢？

把全部的果凍分給大家，
每個人分到的都一樣多，叫做平分。

均分



# 平分 for 除法(二年級)

全部分完且每個人分到的一樣多，叫作平分。

分完
均分

把全部的色紙分給大家，全部分完，而且每個人分到一樣多，叫作平分。

分完
均分

把全部的果凍分給大家，每個人分到的都一樣多，叫做平分。

均分

# 平分，要不要分完？

## 三家說法不一







# 三版本，三上，除法

## 6 除法

6-1 認識除法
6-2 認識餘數
6-3 商為一位數的直式除法
6-4 0 和 1 的除法
6-5 認識偶數和奇數

88

## 6 除法

6-1 分裝與除
6-2 平分與除
6-3 除法與直式

84

單元結構不同

## 7 除法 ..... 87

1 除法算式(整除)
2 認識餘數
3 除法直式計算
4 1的除法
5 除法應用
6 認識奇數和偶數



**2** 把 15 瓶膠水，平分給 5 個人，每個人可以分到幾瓶膠水？



| | 每個人分到的瓶數 | | 人數 | | 總瓶數 |
|---|---|---|---|---|---|
| 分 1 瓶 | □ | × | 5 | = | 5 |
| 分 2 瓶 | □ | × | 5 | = | 10 |
| 分 3 瓶 | □ | × | 5 | = | 15 |



平分時，要全部分完，而且分到的一樣多。

答：＿＿＿＿＿＿



# 6-2 平分與除

**1** 有12顆彈珠要平分給4個學生，每個學生最多可以分到幾顆彈珠？剩下幾顆？ 配合附件22



把做法用減法算式記下來。

每人一次分1顆，一次分掉4顆彈珠。

一次每人分1顆，一次分掉4顆。

分1次每人得到1顆，分2次每人得到2顆，分3次每人得到_____顆。

答：每人分到_____顆，剩下_____顆

② 把 20 片餅乾，平分給 5 個小朋友，盡量分完，一個小朋友分到幾片餅乾？





| | 一個人分到的片數 | 人數 | 總共的片數 |
|---|---|---|---|
| 一個人分 1 片 | 1 | × 5 | = 5 |
| 一個人分 2 片 | 2 | × 5 | = 10 |
| 一個人分 3 片 | 3 | × 5 | = 15 |
| 一個人分 4 片 | 4 | × 5 | = 20 |

答：4 片



# 平分的除法(等分除)

分完
整除不求餘
不整除求餘

把 15 瓶膠水，平分給 5 個人，每個人可以分到幾瓶膠水？

平分時，要全部分完，而且分到的一樣多。

有 45 張卡片，平分給 7 個人，每個人可以分到幾張？還剩下幾張？

- 最多
整除求餘
不整除求餘

有 21 張貼紙，要平分給 7 個人，每個人最多分到幾張貼紙？剩下幾張？ 配合附件23

老師有 14 顆糖，要平分給 5 個同學，每個同學最多分到幾顆？剩下幾顆？

- 盡量分完
整除不求餘
不整除求餘

把 20 片餅乾，平分給 5 個小朋友，盡量分完，一個小朋友分到幾片餅乾？

有 9 顆氣球，平分給 2 個人，盡量分完，每個人可以分到幾顆？還剩下幾顆氣球？

# 整除的平分，要不要分完？

## 整除或不整除，要不要用提問區別？

## 三家說法不一





# 分數的「平分」是什麼意思？











1 1個披薩分給悟空和八戒，唐三藏要怎麼切？



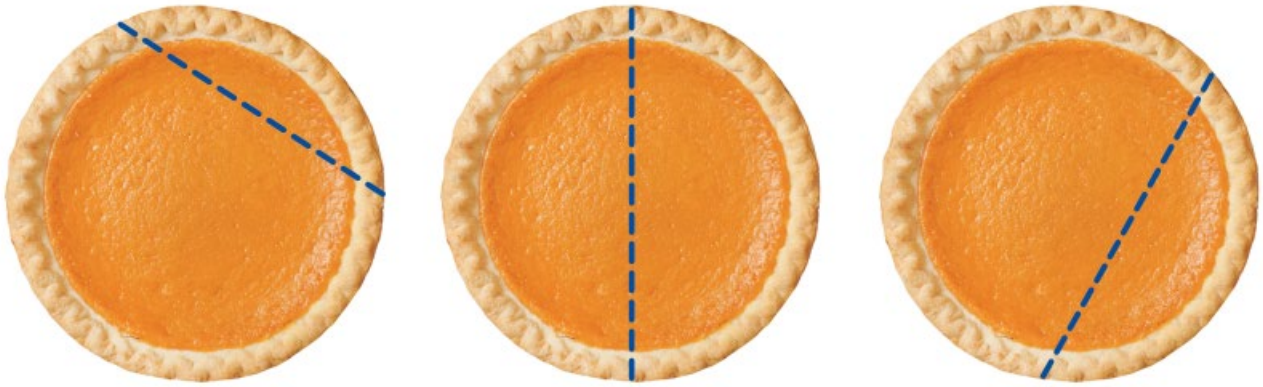

1 怎麼切才公平？




1 把1張色紙平分成2份，可以怎麼分？



**1** 媽媽買了一個南瓜派要分給皮皮和美美吃，怎樣分才公平？ 附件23



你怎麼知道兩份一樣多？



疊起來一樣大，就是一樣多。

每一份都一樣大的分法，叫作等分。

**1** 把一張色紙等分成2份，可以怎麼分？



**1** 阿姨要訂婚了！ 附件 28

把一個圓形喜餅，平分給 2 個人。

說說看，下圖的分法有平分嗎？



甲



乙



丙

平分就是每個人分到的一樣多。



① 一個酥餅平分成 2 份，妹妹吃了其中的 1 份，是吃了多少個酥餅？

# 二下學單位分數時

## 分數的「平分」和「等分」是一樣的意思

## 三版本用詞不同，但都是「分到一樣多」

你以為這樣就完了嗎？

你猜，三年級繼續學分數時，
課本的用詞是什麼？









# 8-1 幾分之幾

這是二下用「等分」的版本



**1** 1 張蔥油餅平分成 4 等分。

想一想，回答問題。

**1** 1 張蔥油餅平分成 4 等分，

1 等分是 $\frac{1}{4}$ 張蔥油餅。



**2** 1 張蔥油餅平分成 4 等分，

2 等分是 $\frac{2}{4}$ 張蔥油餅。



$\frac{2}{4}$ 讀作四分之二。



每個人分到的一樣大，叫作平分。

1 個披薩平分成 2 份，1 份是二分之一個，

記作 $\frac{1}{2}$ 個，讀作二分之一個。

每一份都一樣大的分法，叫作等分。

把一張蔥油餅等分成 2 份，

其中的 1 份是 $\frac{1}{2}$ 張蔥油餅。

1 張蔥油餅平分成 4 等分，

2 等分是 $\frac{2}{4}$ 張蔥油餅。

平分就是每個人分到的一樣多。

把一個酥餅平分成 2 份，

其中的 1 份是「二分之一」個。

「二分之一」記成 $\frac{1}{2}$。

不只是版本間用詞不同而已
同一版本不同年級的用詞也不一致

教科書是編寫者詮釋課綱後，依據經驗，預設學習路徑的學習材料

不同編寫者會有不同的想法，所以教科書的內容就會不同



- 當素人與侷限職人在一起學教學
  - 如何破除侷限職人的侷限所造成的學習侷限？
    - 偏版的教科書知識→
      - 三版本並呈比較
    - 年級(段)限制的教學關注→
      - 後年級知識/思考的路徑回溯
    - 保守的教學方法(忽略亂飛和慢飛的小孩)→
      - 看見厲害的教學現場樣貌
      - 看見全班孩子都參與的學習樣貌

# 解題在十二年國教課綱有特別註記















# 以解題為標題的學習內容

| | |
|---|---|
| N-1-4 | 解題：1元、5元、10元、50元、100元。以操作活動為主。數錢、換錢、找錢。 |
| N-2-3 | 解題：加減應用問題。加數、被加數、減數、被減數未知之應用解題。連結加與減的關係（R-2-4）。 |
| N-2-4 | 解題：簡單加減估算。具體生活情境。以百位數估算為主。 |
| N-2-5 | 解題：100元、500元、1000元。以操作活動為主兼及計算。容許多元策略，協助建立數感。包含已學習之更小幣值。 |
| N-2-8 | 解題：兩步驟應用問題（加、減、乘）。加減混合、加與乘、減與乘之應用解題。不含併式。不含連乘。 |
| N-2-9 | 解題：分裝與平分。以操作活動為主。除法前置經驗。理解分裝與平分之意義與方法。引導學生在解題過程，發現問題和乘法模式的關連。 |
| N-3-6 | 解題：乘除應用問題。乘數、被乘數、除數、被除數未知之應用解題。連結乘與除的關係（R-3-1）。 |
| N-3-7 | 解題：兩步驟應用問題（加減與除、連乘）。連乘、加與除、減與除之應用解題。不含併式。 |
| N-3-8 | 解題：四則估算。具體生活情境。較大位數之估算策略。能用估算檢驗計算結果的合理性。 |
| N-4-13 | 解題：日常生活的時間加減問題。跨時、跨午、跨日、24小時制。含時間單位換算。 |
| N-4-3 | 解題：兩步驟應用問題（乘除，連除）。乘與除、連除之應用解題。 |
| N-4-4 | 解題：對大數取概數。具體生活情境。四捨五入法、無條件進入、無條件捨去。含運用概數做估算。近似符號「≈」的使用。 |
| S-4-2 | 解題：旋轉角。以具體操作為主，並結合計算。以鐘面為模型討論從始邊轉到終邊所轉的角度。旋轉有兩個方向：「順時針」、「逆時針」。「平角」、「周角」。 |
| N-5-10 | 解題：比率與應用。整數相除的應用。含「百分率」、「折」、「成」。 |
| N-5-11 | 解題：對小數取概數。具體生活情境。四捨五入法。知道商除不盡的處理。理解近似的意義。 |
| N-5-15 | 解題：容積。容量、容積和體積間的關係。知道液體體積的意義。 |
| N-5-16 | 解題：時間的乘除問題。在分數和小數學習的範圍內，解決與時間相關的乘除問題。 |
| N-5-2 | 解題：多步驟應用問題。除「平均」之外，原則上為三步驟解題應用。 |
| D-6-2 | 解題：可能性。從統計圖表資料，回答可能性問題。機率前置經驗。「很有可能」、「很不可能」、「A比B可能」。 |
| N-6-5 | 解題：整數、分數、小數的四則應用問題。二到三步驟的應用解題。含使用概數協助解題。 |
| N-6-7 | 解題：速度。比和比值的應用。速度的意義。能做單位換算（大單位到小單位）。含不同時間區段的平均速度。含「距離＝速度×時間」公式。用比例思考協助解題。 |
| N-6-8 | 解題：基準量與比較量。比和比值的應用。含交換基準時之關係。 |
| N-6-9 | 解題：由問題中的數量關係，列出恰當的算式解題（同R-6-4）。可包含（1）較複雜的模式（如座位排列模式）；（2）較複雜的計數：乘法原理、加法原理或其混合；（3）較複雜之情境：如年齡問題、流水問題、和差問題、雞兔問題。連結R-6-2、R-6-3。 |
| S-6-2 | 解題：地圖比例尺。地圖比例尺之意義、記號與應用。地圖上兩邊長的比和實際兩邊長的比相等。 |



# 課綱中的解題

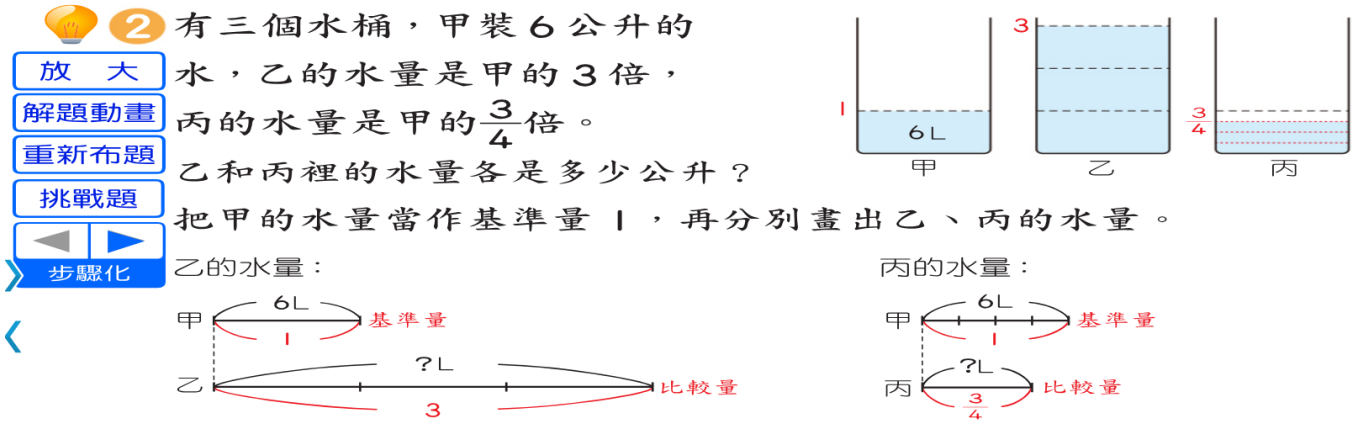
- 在課程綱要中，數學的解題泛指能應用數學概念與程序，解決日常、數學、其他領域的應用問題。
- 解題過程包括了解問題意義，選擇可能之策略，轉換該策略為數學問題，運用數學知識對該數學問題求解，能檢驗與詮釋這個解的意義，判斷是否完成解題之要求等。
- 更進一步之反思、推廣與溝通則不在課程綱要必要要求之列。



# 要用的時候才發現學生沒學...

- 高年級的數學解題(基準量與比較量)
  - 教學時大量依賴數量關係的示意圖
    - 課本都有附圖，幾乎都是線段圖
    - 幫助題意理解，也是推理界面
  - 考試時沒有附圖，學生就....
- 我們到底有沒有要教學生做圖？
  - 學生自繪，理解題意與驅動推理
  - 自繪圖示表徵
  - 離散圖示的連續化

- 教科書確實有逐步引導自繪圖示的活動，但
  - 看起來只是本來就有的附圖
  - 電子書也是隨題呈現




  - 老師上課不會(不需要)畫圖
- 除非特別設計學習活動，否則學生不需要畫圖，也無從模仿畫圖

低年級應借用課本的引導安排，將自繪圖示列為必要的學習活動

中年級起，可將自繪圖示作為佈題後，視同理解題意的解題任務

**教師的示範是學生唯一的模仿來源**











- 當素人與侷限職人在一起學教學
  - 如何破除侷限職人的侷限所造成的學習侷限？
    - 偏版的教科書知識→
      - 三版本並呈比較
    - 年級(段)限制的教學關注→
      - 後年級知識/思考的路徑回溯
    - 保守的教學方法(忽略亂飛和慢飛的小孩)→
      - 看見厲害的教學現場樣貌
      - 看見全班孩子都參與的活動樣貌

# 台師大數教中心影片

- https://www.ime.ntnu.edu.tw/index.php/resource-links/




- https://www.youtube.com/@sdime/playlists





# 簡單總結

- 除了本來就在做的，教材教法課可加入
  - 各版教科書在同主題(單元)的對比，了解同一主題(單元)會有用詞、範圍、路徑的不同
  - 教學設計時應將自繪圖示列為必要的學習活動，並納入教學者的示範與提要
  - 提供參與度更高、學習效果更好的現場教學樣貌，作為師資生教學設計的藍本

# 謝謝大家賞臉
# 一起努力



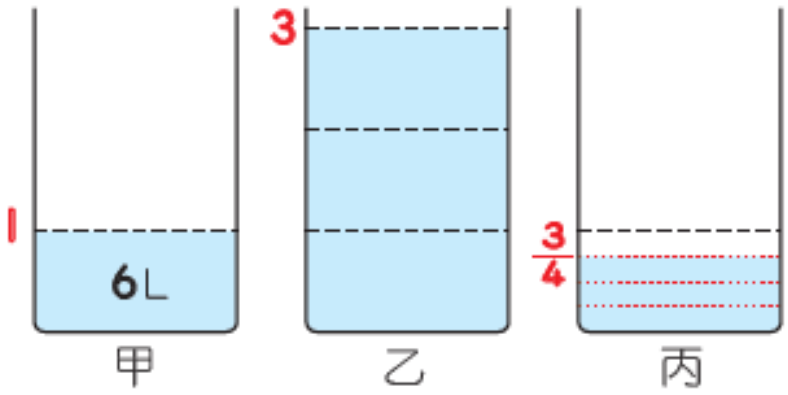




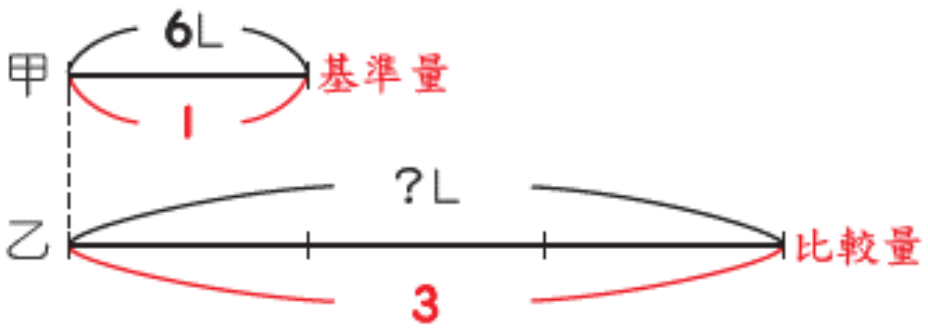


有三個水桶，甲裝6公升的水，乙的水量是甲的3倍，丙的水量是甲的$\frac{3}{4}$倍。

乙和丙裡的水量各是多少公升？

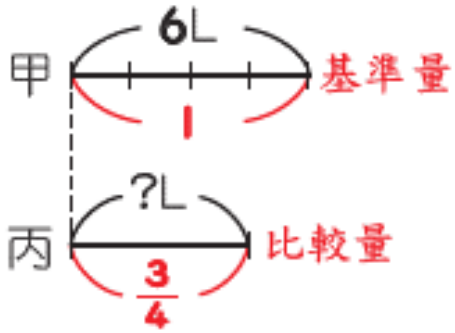



乙的水量：




$6 \times 3 = 18$

丙的水量：




$$\overset{3}{\cancel{6}} \times \frac{3}{\underset{2}{\cancel{4}}} = \frac{9}{2}$$

$$= 4\frac{1}{2}$$

# 翰林一下8
# 兩位數的加法

**1** 端午節，媽媽和皮皮一共包了幾顆粽子？ 配合附件19

**2** 買  24元 和  13元，共要幾元？

配合附件19、27



妮妮的做法：



母母的做法：

**3** 養雞場裡有14隻母雞和7隻公雞，養雞場裡全部有幾隻雞？ 配合附件19

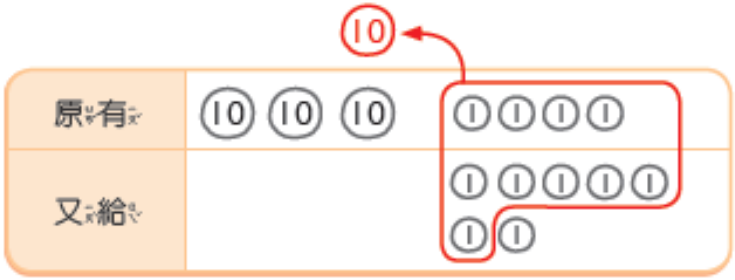
24顆
3顆

母雞
公雞

**4** 撲滿裡有22元，再存進8元後，撲滿裡有幾元？ 配合附件27

**5** 弟弟原有34張貼紙，老師又給他7張，他現在有幾張貼紙？畫⑩和①做做看，再寫出算式。

原來
再存進



# 翰林二上4
# 加法和減法的關係

車站前的藝術燈，有7個黃燈泡和6個綠燈泡。寫出算式並回答問題。

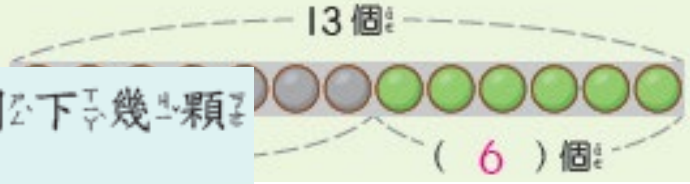
7個黃燈泡和6個綠燈泡一起亮的時候，共亮了幾個燈？

| 7 | 6 |
|---|---|



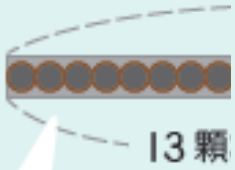

全部亮了13個燈，關掉7個黃燈泡以後，還有幾個燈是亮的？

| 13 | |
|---|---|
| 7 | 6 |




22顆棋子，拿走13顆黑子，剩下幾顆白子？

22－13＝（ 9 ）




剩下9顆白子，再把拿走的13顆黑子放回，全部有幾顆棋子？

9＋13＝（ 22 ）





# 一下 兩位數的加法

| 8-1.兩位數的加法(p96~) | | | |
|---|---|---|---|
| 例題 | 數學內容 | 情境脈絡 | 中介表徵 |
| 1 | 24+3=27<br>2 位數+1 位數，無進位 | 端午節包粽子<br>併加 粽子數 | 數字積木(圖)<br>依位值擺放(加法直式) |
| 2 | 24+13=37<br>2 位數+2 位數，無進位 | 購物<br>併加 金額 | 數字積木(圖)+錢幣(圖)<br>依位值擺放(加法直式) |
| 3 | 14+7=21<br>2 位數+1 位數，個位進位 | 養雞場公雞與母雞<br>併加 雞隻數 | 數字積木(圖)<br>依位值擺放(加法直式) |
| 4 | 22+8=30<br>2 位數+1 位數，個位進位 | 撲滿存錢<br>添加 金額 | 錢幣(圖)<br>依位值擺放(加法直式) |
| 5 | 34+7=41<br>2 位數+1 位數，個位進位 | 貼紙<br>添加 貼紙數 | 錢幣示意圖(**可手繪**)<br>依位值擺放(加法直式) |



# 一下 兩位數的減法

| 8-2.兩位數的減法(p101~) | | | |
|---|---|---|---|
| 例題 | 數學內容 | 情境脈絡 | 中介表徵 |
| 1 | 27−4=23<br>2 位數−1 位數，無借位 | 吃橘子<br>拿走，橘子數 | 數字積木(圖)<br>依位值擺放 |
| 2 | 36−5=31<br>2 位數−1 位數，無借位 | 購物<br>拿走，金額 | 錢幣(圖)<br>自然擺放 |
| 3 | 38−25=13<br>2 位數−2 位數，無借位 | 遊覽車座位<br>分割，座位數 | 錢幣示意圖(**可手繪**)<br>依位值擺放 |
| 4 | 53−13=40<br>2 位數−2 位數，無借位 | 購物<br>拿走，金額 | 錢幣示意圖(**指示手繪**)<br>依位值擺放 |
| 5 | 54−42=12<br>2 位數−2 位數，無借位 | 做巧克力<br>比較多，巧克力數 | 錢幣示意圖(**可手繪**)<br>依位值擺放 |
| 6 | 32−4=28<br>2 位數−1 位數，借十位 | 花錢<br>拿走，金額 | 錢幣示意圖(**可手繪**)<br>依位值擺放 |